一种自适应拟牛顿-状态转移混合智能优化算法及应用

周晓君[1,2†]，柳英键[1]，徐冲冲[1]，阳春华[1]

(1. 中南大学 自动化学院，长沙 410083；2. 鹏城实验室，广东 深圳 518000)

摘 要: 针对基本状态转移算法在某些复杂高维函数寻优后期表现出收敛慢、精度低的问题,引入局部搜索拟牛顿算子,构造一种混合状态转移算法,以弥补状态转移算法后期搜索效率低和拟牛顿法对初始点敏感的不足,保证算法能够快速收敛到全局或精度较高的近似最优解. 混合算法采用自适应调用策略,判断算法收敛到全局最优附近的时机,并在此时调用拟牛顿算子,最大程度上发挥其局部搜索能力强的优势. 在算法收敛到全局最优或者近似最优解附近时,不再进行无用的拟牛顿局部搜索,节省计算资源. 通过对典型测试函数的仿真与无线传感器网络定位问题的求解,验证了混合智能优化算法的有效性,且与其他群智能算法相比,混合算法具有更高的收敛速度与精度.

关键词: 状态转移算法；拟牛顿法；混合智能；自适应调用策略；无线传感器网络

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0214 **开放科学 (资源服务) 标识码 (OSID):**

引用格式: 周晓君, 柳英键, 徐冲冲, 等. 一种自适应拟牛顿-状态转移混合智能优化算法及应用 [J]. 控制与决策, 2021, 36(10): 2451-2458.

A hybird state transition optimization algorithm based on adaptive quasi-newton method and its application

ZHOU Xiao-jun[1,2†], *LIU Ying-jian*[1], *XU Chong-chong*[1], *YANG Chun-hua*[1]

(1. School of Automation，Central South University，Changsha 410083，China；2. The Peng Cheng Laboratory，Shenzhen 518000，China)

Abstract: In order to solve the problem that the basic state transition algorithm shows slow convergence speed and low convergence accuracy in some complex high dimensional functions, a hybird state transition algorithm is proposed, which can improve the local search ability of the algorithm and accelerate the convergence speed of the algorithm by adding a local search quasi-Newton operator. Besides, a strategy is proposed to call the quasi-Newton operator adaptively, which can judge the time when the algorithm converges to the vicinity of the global optimum, and then calls the quasi-Newton operator to give full play to its advantages of strong local search ability. The proposed method is successfully applied to the wireless network sensor location. Compared with other intelligent optimization algorithms, the hybird intelligence has the characteristics of faster convergence and higher accuracy.

Keywords: state transition algorithm；quasi-Newton method；hybrid intelligence；adaptive strategy；wireless sensor network location

0 引 言

状态转移算法(state transition algorithm, STA)是由Zhou等[1]提出的一种智能型随机性全局优化方法,具有易于理解、参数少、算法结构简单等优点. 不同于粒子群算法等其他群智能优化算法,标准的状态转移算法是一种基于个体的智能优化算法,其基本思想是将优化问题的一个解理解为一个状态,解的迭代更新理解为状态转移过程. 目前,已有学者对状态转移算法之原理进行深入的阐述和解释,并将其与其他智能优化算法对比,发现状态转移算法在大多数场合具有较快的收敛速率和较高的寻优精度[2-6]. 同时,它被广泛应用于诸多实际工程优化控制问题. Zhang等[7-8]将状态转移算法运用于模糊分数阶PID控制器的整定以及离散时间分数阶PID控制策略的设计,实现锌粉添加量的最优控制; Huang等[9]将状态转移算法应用于湿法炼锌,用于求解除铜过程动态优化问

收稿日期: 2020-03-01；**修回日期:** 2020-04-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61873285, 61860206014)；高等学校学科创新引智计划项目(B17048)；中南大学创新驱动计划项目(2018CX012)；湖南省自然科学基金项目(2018JJ3683).

†通讯作者. E-mail: michael.x.zhou@csu.edu.cn.

题; Saravanakumar等[10]利用状态转移算法对控制器进行整定,实现了多变量分散PID控制; Han等[11]将约束表达不当的优化问题转化为一个清晰的多目标优化问题,通过多目标状态转移算法得到其Pareto前沿,并确定最佳解决方案. 然而,在某些复杂高维全局优化问题中,状态转移算法收敛速度慢、收敛精度低,其局部收敛能力不强[12-13].

拟牛顿算法是一种基于梯度的算法,具有收敛速度快、局部寻优性强的特点[14]. 但其受初始值的影响较大,若初值选择不恰当,可能会造成算法无法收敛. 目前,拟牛顿法已经与多种智能优化算法结合,如粒子群算法、遗传算法等,都取得了良好的效果[15-16].

本文结合两种算法的优点,提出一种自适应拟牛顿-状态转移混合算法. 混合算法在迭代后期,将状态转移算法得到的解作为拟牛顿的初始解,进行拟牛顿局部搜索,使算法能够快速收敛. 同时,算法采用一种自适应调用策略,根据一定数目历史最优解的聚集程度计算拟牛顿算子调用概率,在算法寻到全局最优解附近时,调用拟牛顿算子,有效防止算法早熟收敛,使混合状态转移算法兼顾全局优化效率高、局部搜索能力强的特点.

为验证混合状态转移算法的有效性,本文采用多个标准测试函数对算法进行仿真实验,分别在低维与高维问题中对比混合状态转移算法与基本状态转移算法的性能,同时将算法应用在无线传感器网络定位问题中. 实验结果说明,混合状态转移算法能够有效解决STA在复杂高维问题中收敛速度慢的问题,并且相较于其他智能算法,混合算法收敛速度更快,得到的结果精度更高.

1 基本状态转移算法

状态转移算法是一种新颖的智能优化算法[17-18],它利用现代控制理论中的状态空间表达式产生候选解,并在此框架下设计状态转换算子,使状态转移过程中当前状态向着更有前途的方向转移.

状态转换算子是状态转移算法的核心,影响到算法的寻优性能. 为满足STA的全局搜索、局部搜索以及启发式搜索等功能,算法设计了旋转变换、平移变换、伸缩变换、坐标轴搜索4种不同的状态变换算子,能够产生具有可控大小的几何邻域,用以得到具有潜力的候选解集.

1) 旋转变换算子(rotation transformation).

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+\alpha\frac{1}{n\|\boldsymbol{x}_k\|_2}\boldsymbol{R}_r\boldsymbol{x}_k. \tag{1}$$

其中: $\alpha>0$为旋转因子; $\boldsymbol{R}_r\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$为一随机矩阵,服从$[-1,1]$均匀分布. 旋转变换算子能够产生在以$\alpha$为半径的超球内的候选解.

2) 平移变换算子(translation transformation).

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+\beta\frac{\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_{k-1}}{\|\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_{k-1}\|_2}\boldsymbol{R}_t. \tag{2}$$

其中: $\beta>0$为平移因子; $\boldsymbol{R}_t\in\boldsymbol{R}$为一个随机变量,服从$[0,1]$均匀分布. 平移变换算子能够在从$\boldsymbol{x}_{k-1}$到$\boldsymbol{x}_k$的直线上进行最大长度为$\beta$的搜索.

3) 伸缩变换算子(expansion transformation).

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+\gamma\boldsymbol{R}_e\boldsymbol{x}_k. \tag{3}$$

其中: $\gamma>0$为伸缩因子, $\boldsymbol{R}_e\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$为一个服从高斯分布的随机对角矩阵. 伸缩变换算子能够将$\boldsymbol{x}_k$的每个元素放缩到$[-\infty,+\infty]$的范围内.

4) 坐标搜索算子(axesion transformation).

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+\delta\boldsymbol{R}_a\boldsymbol{x}_k. \tag{4}$$

其中: $\delta>0$为坐标因子, $\boldsymbol{R}_a\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$为一个服从高斯分布的随机对角稀疏矩阵. 坐标搜索算子可以增强单一维度的搜索.

目前,状态转移算法已具有全局搜索能力的伸缩算子、局部搜索能力的旋转算子与坐标搜索算子以及具有启发式搜索能力的平移算子. 然而,在某些复杂高维全局优化问题中,这些算子不能使状态转移算法快速收敛. 为克服此缺陷,本文提出一种基于拟牛顿方法的具有快速收敛性质的新算子.

2 拟牛顿算子

拟牛顿法是在牛顿法基础上的一种改进算法,其无需求目标函数二阶导数信息,并能够改善牛顿法每次需要求解复杂海森矩阵的逆矩阵这一缺陷. 它的基本思想是利用迭代更新,得到满足拟牛顿条件的近似海森矩阵的逆矩阵. 本节使用基于Broyden等人提出的BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)拟牛顿法[19]来构建拟牛顿算子.

设在BFGS拟牛顿算子内部进行运算的目标函数当前解为$\boldsymbol{x}_t$,根据近似海森矩阵$\boldsymbol{B}_t$与目标函数在$\boldsymbol{x}_t$处的梯度$\boldsymbol{g}_t=\nabla f(\boldsymbol{x}_t)$确定BFGS算子搜索方向$\boldsymbol{d}_t=-\boldsymbol{B}_t^{-1}g_t$,并利用Armijo非精确线搜索求解步长$a_t$,使其满足以下准则:

$$f(\boldsymbol{x}_t+a_t\boldsymbol{d}_t)\leqslant f(\boldsymbol{x}_t)+ca_t\boldsymbol{d}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_t, \tag{5}$$

其中$c\in(0,1)$. 依照Armijo线搜索下所得步长a_t以及近似海森矩阵确定的搜索方向d_t,更新当前解

$$\boldsymbol{x}_{t+1}=\boldsymbol{x}_t+a_t\boldsymbol{d}_t. \tag{6}$$

收敛精度阈值ϵ满足$\|\boldsymbol{g}_t\|\leqslant\epsilon$或是$t+1$超过给定的内循环次数,则跳出BFGS算子循环. 若不满足

跳出条件,则更新$\boldsymbol{B}_{t+1}$用以下一代BFGS算子内循环. 根据拟牛顿条件,计算

$$\boldsymbol{s}_t=\boldsymbol{x}_{t+1}-\boldsymbol{x}_t, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{y}_t=\boldsymbol{g}_{t+1}-\boldsymbol{g}_t. \tag{8}$$

将$\boldsymbol{s}_t$与$\boldsymbol{y}_t$代入近似海森矩阵$\boldsymbol{B}_t$的更新公式,有

$$\boldsymbol{B}_{t+1}=\boldsymbol{B}_t+\frac{\boldsymbol{y}_t\boldsymbol{y}_t^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{y}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_t}-\frac{\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{s}_t\boldsymbol{s}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_t}{\boldsymbol{s}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{s}_t}. \tag{9}$$

3　混合状态转移智能优化算法

研究表明,在智能优化算法中引入拟牛顿法进行局部搜索可以加快收敛速度[20-21]. 但若采用直接将每一代STA优化得到的解作为拟牛顿法的初始解这一耦合方式,存在一定的不足:

1) 当算法还未收敛到全局最优解附近时,调用拟牛顿算子可能会使算法局部早熟;

2) 在算法得到全局或者近似最优解后,调用拟牛顿算子进行无用计算,增大了计算量.

为克服上述缺陷,本文提出一种自适应策略调用拟牛顿算子,依照一定历史解的聚集度来判断是否收敛到全局最优附近,进而概率调用拟牛顿算子.

3.1　拟牛顿算子自适应调用策略

在混合状态转移算法寻优初始阶段,算法处于全局探索状态,保证能快速找到全局最优解大致区域;随着迭代代数的增加,算法寻到全局最优所在区域,此时为局部开发阶段,启动BFGS局部搜索使算法能稳定收敛到全局最优或精度较高的近似最优解.

如何判断寻到全局最优值所在区域,并在此时启动BFGS局部搜索是混合算法的关键问题. 如果当STA在全局搜索不够充分时就进入局部开发阶段,收敛到的可能只是局部极小值;而在全局最优解附近进行大量的随机局部搜索后再启动BFGS算子,则会浪费大量的计算资源. 对不同优化问题,启动BFGS算子的最佳时期是不同的,同时在每次实验中,针对不同的初始解启动BFGS算子的时机也有所不同. 因此,需要采用自适应策略,使得混合算法能够在合适的时机启动BFGS算子,最大程度上体现混合状态转移算法的优势.

由于状态转移算法趋向于收敛到全局最优解,若一定数目的历史解之间距离较小,即代表收敛速度变缓,则可以认为算法已经收敛到全局最优解附近,此时便是启动BFGS局部搜索的最佳时机. 于是定义聚集度r,度量一定数目历史解以及当代基本状态转换算子寻到的最优解之间的距离,用以计算调用拟牛顿算子的概率. 当算法处于全局大范围搜索时,收敛速度较快,聚集度不高,此时调用概率较小,防止算法早熟;而当一定数目历史解间距离较小时,聚集度升高,判断算法已经收敛至全局最优解附近,提高拟牛顿算子调用概率,进行拟牛顿局部搜索从而加速收敛.

采用指数函数$\mathrm{e}^{-\lambda\|x\|}$将两解之间的距离映射到$(0,1)$之间,称其为距离度量,仅当两解距离小于某一阈值,其值才会增加;同时注意到,当算法收敛至全局最优解后,历史最优解不再变化,此时间距为零,为此可以设置距离度量函数在两解距离为零时,距离度量也为零,使得聚集度减小,进而降低调用概率,不再进行BFGS局部搜索,节省计算资源. 距离度量曲线如图1所示.

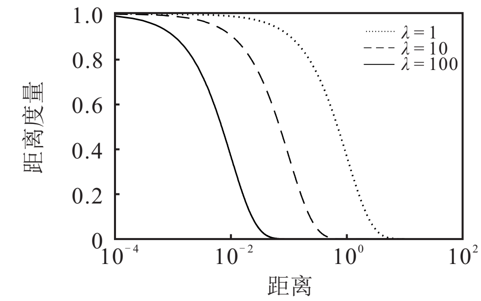


图1　距离度量曲线

从图1可以看出,λ越大则曲线越陡峭,阈值也随之减小,如当$\lambda=100$时,两解之间距离小于0.1,距离度量才会明显增加.

根据上述步骤计算N代历史解$(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{x}_{k-2},\dots,\boldsymbol{x}_{k-N})$与当前代基本状态转换算子求得的解$\boldsymbol{x}_k'$之间的距离度量,采用加权求和的方式来求得第$k$代的聚集度$r_k$,以保证最邻近代对聚集度的影响最大,这里使用简单的线性递减权重. 第k代的聚集度r_k的定义如下:

$$r_k=\sum_{i=k-N+1}^{k}\frac{2(i-k+N)}{N(N+1)}\cdot\mathrm{e}^{-\lambda\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i-1}\|}. \tag{10}$$

在得到聚集度之后,采用Sigmiod函数表示聚集度与调用概率之间的关系. Sigmoid函数两端较为平缓,在全局大范围搜索或是局部寻优时,此特性可以保证调用概率对聚集度小范围的变化不敏感. 而在函数中段曲线呈线性,算法能够平滑地在全局搜索与局部寻优之间切换. 第k代拟牛顿算子调用概率p_k的定义如下:

$$p_k=\frac{1}{1+\mathrm{e}^{\frac{2r_k-1}{\sigma}}}. \tag{11}$$

参数σ较小,平缓区域占主体部分,曲线趋于阶跃函数;反之则线性区域占主体,曲线趋于线性函数.

用于计算的历史最优解数目N会影响算法所处状态判断的准确性. N过大,则当前聚集度受历史解

影响较大,当算法进入全局最优解范围内时,p无法迅速做出调整;若是N数目过少,则调用概率p受r小范围变化影响较大. 实际应用中,对于不同问题可以适当调整N的取值.

3.2 混合状态转移算法流程

本文提出一种加入BFGS拟牛顿算子的混合状态转移算法(BFGS-STA),并采取自适应调用策略,概率调用BFGS算子.

混合算法的详细步骤如下:

step 1: 随机产生初始解$\boldsymbol{x}_0$,使最优解$\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{x}_0$,设置基本状态转换算子与BFGS算子的参数,最大迭代代数maxgen、种群数目SE,以及自适应调用策略中历史解数目N、参数λ以及σ.

step 2: 依基本状态转移算法流程,采用旋转变换、平移变换、伸缩变换、坐标搜索得到解$\boldsymbol{x}'_k$.

step 3: 取N个历史最优解,将其与$\boldsymbol{x}'_k$一并代入式(10)计算第k代的聚集度r_k,根据式(11)计算第k代拟牛顿算子调用概率p_k.

step 4: 产生一个0～1之间服从均匀分布的随机数,若调用概率p_k大于它,则采用BFGS算子进行局部搜索,得到$\boldsymbol{x}_k$;否则令$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{x}'_k$,进入step 5.

step 5: 利用更新策略更新最优解$\boldsymbol{x}^*$,将其记录进历史解集,并置$k = k + 1$. 若达到最大迭代代数,或寻优精度ϵ达标,则算法终止,否则返回step 2.

4 仿 真

4.1 标准测试函数测试

为验证BFGS-STA的性能,本文选取6个标准测试函数Spherical函数(f_1)、 Rastrigin函数(f_2)、Griewank函数(f_3)、Rosenbrock函数(f_4)、Ackley函数(f_5)以及Levy函数(f_6),对其实验仿真,并与STA进行对比. 其中:Spherical函数为单峰函数,Rosenbrock函数为山谷型函数,其余均为存在多个局部最小值的多峰函数. 表1给出了这几个函数的表达式、可行域、最优解$\boldsymbol{x}^*$以及最优适应度值f^*.

表 1 标准测试函数

测试函数	函数表达式	可行域	最优解$\boldsymbol{x}^*$	最优值f^*
Spherical	$f_1 = \sum\limits_{i=1}^{D} x_i^2$	$[-100, 100]^D$	(0,0,$\cdots$,0)	0
Rastrigin	$f_2 = \sum\limits_{i=1}^{D}(x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10)$	$[-5.12, 5.12]^D$	(0,0,$\cdots$,0)	0
Griewank	$f_3 = \dfrac{1}{4\,000}\sum\limits_{i=1}^{D} x_i^2 - \prod\limits_{i=1}^{D}\cos\left(\left\lvert\dfrac{x_i}{\sqrt{i}}\right\rvert\right) + 1$	$[-600, 600]^D$	(0,0,$\cdots$,0)	0
Rosenbrock	$f_4 = \sum\limits_{i=1}^{D}(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2)$	$[-30, 30]^D$	(1,1,$\cdots$,1)	0
Ackley	$f_5 = 20 - 20\mathrm{e}^{\left(-0.2\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{D}\frac{x_i^2}{D}}\right)} + \mathrm{e} - \mathrm{e}^{\left(\sum\limits_{i=1}^{D}\frac{\cos(2\pi x_i)}{D}\right)}$	$[-32, 32]^D$	(0,0,$\cdots$,0)	0
Levy	$f_6 = \sin^2(\pi\omega_1) + \sum\limits_{i=1}^{D-1}(\omega_i - 1)^2[1 + 10\sin^2(\pi\omega_i + 1)] + (\omega_d - 1)^2[1 + \sin^2(2\pi\omega_d)],\ \omega_i = 1 + \dfrac{x_i - 1}{4}$	$[-10, 10]^D$	(1,1,$\cdots$,1)	0

在基准测试函数实验中,STA以及BFGS-STA的参数设置如下:搜索规模SE $=$ 50,最大迭代次数maxgen $= 10^3$,旋转因子$\alpha: 1 \to 10^{-8}$,平移因子β、伸缩因子γ及坐标因子δ的取值为1. 同时,设置BFGS-STA中的自适应调用策略参数:λ取值为100,历史解数目N取值为6,σ取值为10^{-2}.

设置标准测试函数维数D为10维以及60维,分别运行30次,记录寻优成功率$S/30$,观察该算法在低维以及高维时的寻优性能. 评判标准包括30次寻优的平均精度$f_{\rm avg}$、平均寻优时间$T_{\rm avg}$以及收敛代数$\rm Iter_{end}$. 成功率为运行结果满足收敛精度ϵ的次数,寻优时间与收敛代数分别指寻优结果达到ϵ要求时算法耗费时间与迭代代数. 统计结果记录于表2中.

对于低维的单峰函数f_1与多峰函数f_2、f_3、f_5以及f_6,BFGS-STA在一定程度上减小收敛代数,且耗费时间也较短;对于f_4,混合算法的寻优精度比基本状态转移算法更高.

对于高维多峰函数寻优,BFGS-STA能够显著减少收敛代数,说明BFGS算子能够充分发挥其局部搜索性能. 混合算法收敛至ϵ以下时,$T_{\rm avg}$并未增加太多,说明自适应调用策略在收敛至全局最优后减小了拟牛顿算子调用概率,节约了计算资源.

由针对山谷形状的Rosenbrock函数的测试可知,STA无法收敛到全局最优解或是一个次优解,而随着维数的增加,STA寻优精度也逐渐降低. 相对而言,BFGS-STA在不同维数测试中均能够较快收敛,

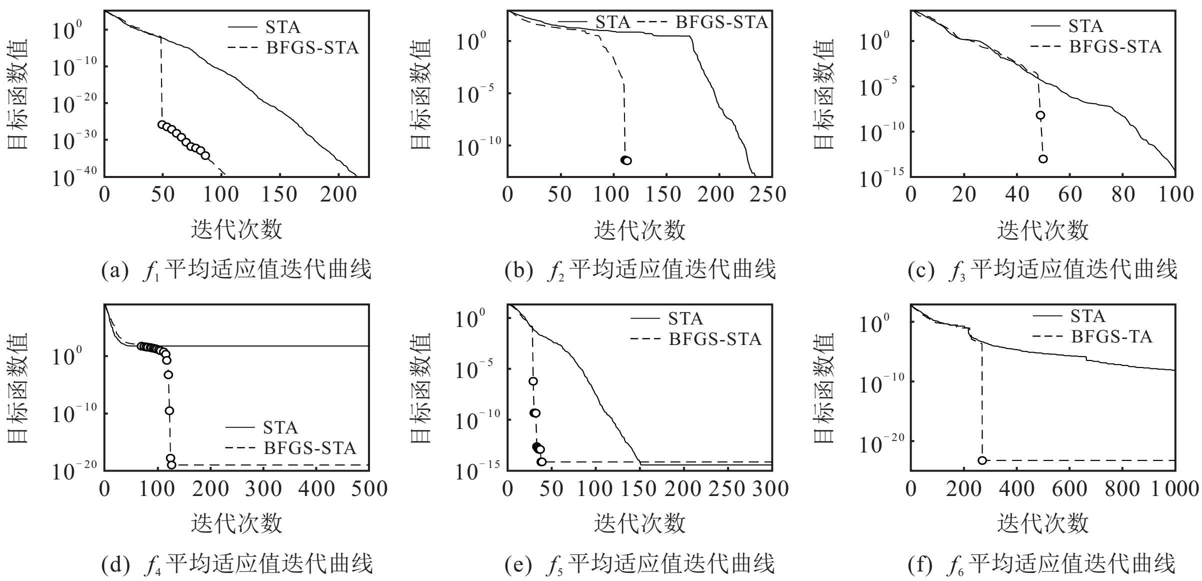
表 2 STA与BFGS-STA的性能对比

函数	D	STA f_{avg}	STA Iter_{end}	STA $S/30$	STA T_{avg}/s	BFGS-STA f_{avg}	BFGS-STA Iter_{end}	BFGS-STA $S/30$	BFGS-STA T_{avg}/s	ϵ
f_1	10	0	28	30/30	0.009	0	14	30/30	0.006	1e-15
	60	4.12e-232	141	30/30	0.054	6.87e-271	47	30/30	0.024	1e-15
f_2	10	0	30	30/30	0.013	0	27	30/30	0.017	1e-15
	60	2.65e-14	161	30/30	0.107	0	127	30/30	0.383	1e-10
f_3	10	0	114	25/30	0.038	0	80	25/30	0.041	1e-15
	60	0	150	30/30	0.077	0	58	30/30	0.060	1e-10
f_4	10	2.97	–	0/30	–	2.76e-19	22	30/30	0.019	1e-15
	60	132	–	0/30	–	1.57e-18	140	28/30	1.080	1e-15
f_5	10	1.30e-16	36	30/30	0.015	8.29e-16	14	30/30	0.019	1e-12
	60	3.67e-15	152	30/30	0.101	6.28e-15	60	30/30	0.096	1e-12
f_6	10	3.61e-15	376	26/30	0.115	8.60e-25	103	29/30	0.034	1e-10
	60	2.31e-7	473	25/30	0.358	5.76e-24	277	25/30	0.221	1e-5

且相对误差均保持在10^{-15}以下,寻优精度较高,证明BFGS-STA能够解决某些STA无法解决的某些高维寻优问题,验证了本文所提出算法的有效性.

尽管STA在某些高维多峰问题中不能稳定地收敛至规定精度以下,但使用加入梯度算子的BFGS-STA测试时成功率并未减小,说明自适应策略能平衡算法全局搜索与局部寻优能力,有效防止算法早熟.

图2记录了在$D=60$时各个函数的寻优收敛曲线,其中BFGS-STA收敛曲线上的空心点代表在此代调用BFGS算子.



(a) f_1平均适应值迭代曲线 (b) f_2平均适应值迭代曲线 (c) f_3平均适应值迭代曲线

(d) f_4平均适应值迭代曲线 (e) f_5平均适应值迭代曲线 (f) f_6平均适应值迭代曲线

图 2 对数坐标系中基准函数测试结果

从f_2、f_3、f_5的迭代曲线可以看出,当BFGS-STA调用拟牛顿算子时,能够比STA更快地收敛至全局次优解,表明了BFGS算子有效加快了算法的寻优速度. 特别是针对f_6这一多维高峰函数问题时,BFGS-STA能够避免在后期的随机搜索,快速收敛到一个精度较高的近似最优解.

根据图2(d)中f_4这一山谷型函数的收敛曲线,BFGS-STA在到达全局最优解附近时多次调用BFGS算子,加快收敛速度,而在寻至一个全局较优解时停止局部寻优,表明所提出的自适应调用策略能够保证拟牛顿算子有效发挥局部搜索作用,同时节省计算资源.

针对f_1这一单峰函数的寻优,BFGS-STA在收敛至10^{-30}后收敛速度便与STA的速度一致,这是因为在达到BFGS算子内部收敛精度后,拟牛顿算子不再被调用.

4.2 无线传感器网络应用

无线传感器网络(wireless sensor networks, WSN)是由大量部署在预定区域内的传感器节点组成的自组织网络,它可以对部署区域的信息进行监测,实时

传递有效信息. 节点定位技术是WSN的一个关键基础技术,随着它被广泛应用在医疗、军事、环境科学、空间探索等领域,业界对它定位精度的要求也在不断提高[22-25]. 许多学者将智能算法应用在节点定位算法中: Wang等[26]针对无线传感器网络提出了一种基于移动汇聚的粒子群优化聚类算法,该算法利用粒子群算法在路由过程中进行虚拟聚类,提高了定位精度,且降低了传输延迟; Sharma等[27]提出一种基于改进距离矢量Hop的遗传算法,将其应用于WSN定位问题中,提高了定位精度; Cui等[28]利用差分进化算法获得未知节点的估计位置,可以有效减小测距误差,且具有较高的定位精度.

4.2.1 无线传感器网络定位问题

给定m个锚节点$\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\ldots,\boldsymbol{a}_m\in R^d$ (d代表维数,为2或3), n个未知节点$\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\ldots,\boldsymbol{x}_n\in R^d$. 第$i$个未知节点与第$j$个未知节点之间的欧氏距离记作$d_{ij},(i,j)\in N_x$,第$i$个未知节点与第$k$个锚节点之间的欧氏距离记作$\overline{d}_{ik},(i,k)\in N_k$. 其中: $N_x=\{(i,j):\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j\|=d_{ij}\leqslant r_d\}$, $N_a=\{(i,k):\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{a}_k\|=\overline{d}_{ik}\leqslant r_d\}$, r_d代表传感器通信距离.

无线传感器网络定位问题即估计n个未知节点的位置$\boldsymbol{x}_i\ (i=1,\cdots,n)$,并且满足

$$\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j\|^2=d_{ij}^2,\ \forall(i,j)\in N_x, \tag{12}$$

$$\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{a}_k\|^2=\overline{d}_{ik}^2,\ \forall(i,k)\in N_a. \tag{13}$$

考虑到实际情况中传感器网络存在一定的噪声,不能保证式(12)与(13)成立. 为使模型有普适性,使用最小二乘法将无线传感器网络定位问题重新表述为以下非凸优化问题:

$$\min\sum_{(i,j)\in N_x}(\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j\|^2-d_{ij}^2)^2+\sum_{(i,j)\in N_a}(\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{a}_k\|^2-\overline{d}_{ik}^2)^2. \tag{14}$$

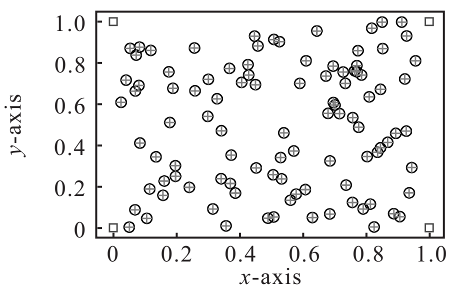
4.2.2 实验结果与分析

进一步测试BFGS-STA的性能,本文将其应用在无线传感器网络定位中,并与基本状态转移算法(STA)、综合学习粒子群算法(CLPSO)[29]、自适应差分进化算法(SaDE)[30]以及实数编码遗传算法(RCGA)[31]进行对比. 参照Kim等[32]设计的Matlab程序,随机创建无线传感器网络定位问题.

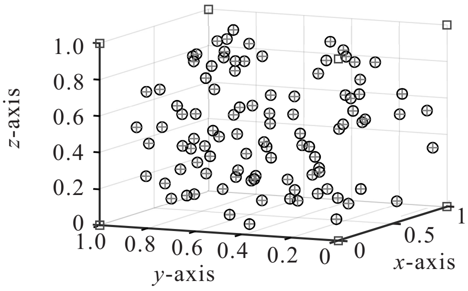
算法种群数目均设置为50,最大迭代次数设为10^4, CLPSO的学习因子均为1.494 45; SaDE的杂交概率为0.5; RCGA的交叉概率与变异概率分别为0.95与0.5; BFGS-STA与STA参数中,旋转因子α、平移因子β、伸缩因子γ及坐标因子δ的取值同基准函数测试时一致. 同时,设置BFGS-STA中的自适应调用策略参数, λ取值为100,历史解数目N取值为8, σ取值为10^{-2}.

在二维传感器网络定位问题中,设置锚节点数目为4,未知节点数目为100;锚节点的坐标分别是$(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)$;无线电传输距离为0.3;仿照实际情况,测试中加入噪声系数为0.001的高斯白噪声. 在三维SNL问题中,设置锚节点数目为8,未知节点数目为100;锚节点的坐标分别是$(0,0,0)$, $(0,0,1)$, $(0,1,0)$, $(1,0,0)$, $(0,1,1)$, $(1,0,1)$, $(1,1,0)$, $(1,1,1)$;无线电传输距离为0.4;测试中加入高斯白噪声,系数为0.001. 实验结果图中,锚节点用方形表示,未知节点实际位置用空心圆表示, BFGS-STA计算所得位置用加号表示.

图3分别是BFGS-STA计算所得二维与三维无线传感器网络定位问题的位置与真实值相比较的结果. 可以看到,在存在一定的高斯白噪声信号情况下, BFGS-STA计算所得无线传感器位置与真实位置高度重合. 图4则是BFGS-STA与其他几种算法分别在二维和三维无线传感器网络定位问题的收敛曲线对比图,其中横纵坐标均为对数坐标系. 由于存在一定的噪声, BFGS-STA计算所得位置与真实位置之间仍然有10^{-4}以下的误差. 对比其他几种优化算法, BFGS-STA能够在100代便收敛至近似全局最优位置,其寻优精度与收敛速度明显高于其他算法,且在收敛至近似最优解后停止拟牛顿算子局部搜索,节省计算资源.

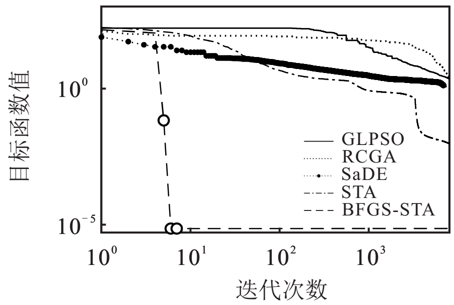


(a) 二维无线传感器网络定位

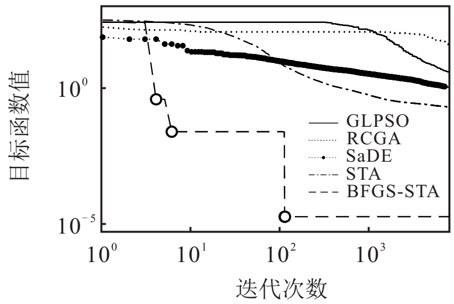


(b) 三维无线传感器网络定位

图3 无线网络传感器定位



(a) 二维传感器网络定位问题



(b) 三维传感器网络定位问题

图 4 对数坐标系中各算法的收敛曲线

5 结 论

本文将BFGS算子引入状态转移算法,提出一种基于拟牛顿法的混合状态转移算法(BFGS-STA),并引入BFGS算子的自适应调用策略,使其有效发挥局部寻优作用. 标准测试函数结果验证了BFGS-STA在保证了算法的全局收敛性的同时,能够有效改善基本状态转移算法后期收敛速度慢的缺陷. 将BFGS-STA应用在二维和三维无线传感器网络定位问题中,并与其他智能算法进行比较. 仿真结果表明,该算法能够有效解决本文中的二维或三维无线传感器网络定位问题,且较其他智能算法更为高效.

本文算法虽然提升了基本状态转移算法的寻优速度,但在某些方面仍需要改进. 譬如BFGS算子的自适应调用策略在某些简单的测试函数中反而会影响算法的整体收敛速度;而在面对复杂问题时,无法确定BFGS算子内部合适的收敛精度ϵ,致使其可能在提升结果精度上浪费过多时间,在未来的工作中需要对此进行进一步的研究与探索.

参考文献(References)

[1] Zhou X J, Yang C H, Gui W H. State transition algorithm[J]. Journal of Industrial and Management Optimization, 2012, 8(4): 1039-1056.

[2] Zhou X J, Yang K, Xie Y F, et al. A novel modularity-based discrete state transition algorithm for community detection in networks[J]. Neurocomputing, 2019, 334: 89-99.

[3] Zhou X J, Long J P, Xu C C, et al. An external archive-based constrained state transition algorithm for optimal power dispatch[J]. Complexity, 2019, 2019(2): 1-11.

[4] Huang Z K, Yang C H, Zhou X J, et al. A hybrid feature selection method based on binary state transition algorithm and reliefF[J]. IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics, 2019, 23(5): 1888-1898.

[5] 吴贝贝, 张宏立, 王聪, 等. 基于正态云模型的状态转移算法求解多目标柔性作业车间调度问题[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1181-1190.
(Wu B B, Zhang H L, Wang C, et al. State transition algorithm based on normal cloud model for solving multi-objective flexible job shop schedualing problem[J]. Control and Decision, 2021, 36(5): 1181-1190.)

[6] Zhou X, Zhang R, Wang X, et al. Kernel intuitionistic fuzzy c-means and state transition algorithm for clustering problem[J]. Soft Comput, 2020, 24(20): 15507-15518.

[7] Zhang F X, Yang C H, Zhou X J, et al. Fractional order fuzzy PID optimal control in copper removal process of zinc hydrometallurgy[J]. Hydrometallurgy, 2018, 178: 60-76.

[8] Zhang F X, Yang C H, Zhou X J, et al. Optimal setting and control strategy for industrial process based on discrete-time fractional-order (PID mu)-D-lambda[J]. IEEE Access, 2019, 7: 47747-47761.

[9] Huang M, Zhou X J, Huang T W, et al. Dynamic optimization based on state transition algorithm for copper removal process[J]. Neural Computing and Applications, 2019, 31(7): 2827-2839.

[10] Saravanakumar G, Valarmathi K, Pallikonda Rajasekaran M P, et al. Tuning of multivariable decentralized PID controller using state transition algorithm[J]. Studies in Informatics and Control, 2015, 24(4): 367-378.

[11] Han J, Yang C H, Lim C C, et al. Power scheduling optimization under single-valued neutrosophic uncertainty[J]. Neurocomputing, 2020, 382: 12-20.

[12] 王聪, 张宏立. 基于原对偶状态转移算法的分数阶多涡卷混沌系统辨识[J]. 物理学报, 2016, 65(6): 56-64.
(Wang C, Zhang H L. Parameter identification for fractional-order multi-scroll chaotic systems based on original dual-state transition algorithm[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(6): 56-64.)

[13] 董天雪, 阳春华, 周晓君, 等. 一种求解企业员工指派问题的离散状态转移算法[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(10): 1378-1388.
(Dong T X, Yang C H, Zhou X J, et al. A novel discrete state transition algorithm for staff assignment problem[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(10): 1378-1388.)

[14] Fang X W, Ni Q, Zeng M L. A modified

quasi-newton method for nonlinear equations[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2018, 328: 44-58.

[15] Mohammad Nezhad A, Aliakbari Shandiz R, Eshraghniaye Jahromi A. A particle swarm-BFGS algorithm for nonlinear programming problems[J]. Computers & Operations Research, 2013, 40(4): 963-972.

[16] Chen C J. An integrating genetic algorithm and modified Newton method for tracking control and vibration suppression[J]. Artificial Intelligence Review, 2020, 53(5): 3177-3199.

[17] Zhou X J, Yang C H, Gui W H. A statistical study on parameter selection of operators in continuous state transition algorithm[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(10): 3722-3730.

[18] 周晓君, 阳春华, 桂卫华. 状态转移算法原理与发展[J]. 自动化学报, DOI: 10.16383/j.aas.c190624.
(Zhou X J, Yang C H, Gui W H. The principle of state transition algorithm and its development[J]. Acta Automatica Sinica, DOI: 10.16383/j.aas.c190624.)

[19] Curtis F E, Que X C. A quasi-newton algorithm for nonconvex, nonsmooth optimization with global convergence guarantees[J]. Mathematical Programming Computation, 2015, 7(4): 399-428.

[20] 李文锋, 曹玉莲, 张汉. 简单高效耦合策略的粒子群混合算法[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(1): 13-23.
(Li W F, Cao Y L, Zhang H. Hybrid particle swarm optimization algorithm with simple and efficient coupling strategy[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(1): 13-23.)

[21] Cao J. A localization algorithm based on particle swarm optimization and quasi-newton algorithm for wireless sensor networks[J]. Journal of Communication and Computer, 2015, 12: 85-90.

[22] Cota-Ruiz J, Rivas-Perea P, Sifuentes E, et al. A recursive shortest path routing algorithm with application for wireless sensor network localization[J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(11): 4631-4637.

[23] 王福豹, 史龙, 任丰原. 无线传感器网络中的自身定位系统和算法[J]. 软件学报, 2005, 16(5): 857-868.
(Wang F B, Shi L, Ren F Y. Self-localization systems and algorithms for wireless sensor networks[J]. Journal of Software, 2005, 16(5): 857-868.)

[24] Elhoseny M, Farouk A, Zhou N, et al. Dynamic multi-hop clustering in a wireless sensor network: Performance improvement[J]. Wireless Personal Communications, 2017, 95(4): 3733-3753.

[25] Zheng J Y, Sun Y E, Huang Y, et al. Error analysis of range-based localisation algorithms in wireless sensor networks[J]. International Journal of Sensor Networks, 2012, 12(2): 78-88.

[26] Wang J, Cao Y, Li B, et al. Particle swarm optimization based clustering algorithm with mobile sink for WSNs[J]. Future Generation Computer Systems, 2017, 76: 452-457.

[27] Sharma G, Kumar A. Improved range-free localization for three-dimensional wireless sensor networks using genetic algorithm[J]. Computers & Electrical Engineering, 2018, 72: 808-827.

[28] Cui L Z, Xu C, Li G H, et al. A high accurate localization algorithm with DV-Hop and differential evolution for wireless sensor network[J]. Applied Soft Computing, 2018, 68: 39-52.

[29] Liang J J, Qin A K, Suganthan P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 281-295.

[30] Qin A K, Huang V L, Suganthan P N. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(2): 398-417.

[31] Deep K, Singh K P, Kansal L. A real coded genetic algorithm for solving integer and mixed integer optimization problems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2009, 212(2): 505-518.

[32] Kim S, Kojima M, Waki H. Exploiting sparsity in SDP relaxation for sensor network localization[J]. SIAM Journal on Optimization, 2009, 20(1): 192-215.

作者简介

周晓君 (1986−), 男, 副教授, 从事系统建模与优化控制、机器学习与图像处理、最优化方法及其应用等研究, E-mail: michael.x.zhou@csu.edu.cn;

柳英键 (1999−), 男, 本科生, 从事智能优化、深度学习的研究, E-mail: Virtual@csu.edu.cn;

徐冲冲 (1996−), 男, 博士生, 从事智能优化、深度学习的研究, E-mail: chongxu@csu.edu.cn;

阳春华 (1965−), 女, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业建模与优化控制等研究, E-mail: ychh@csu.edu.cn.

(责任编辑：齐 霁)